

## Analisis Persoalan Penugasan pada JNE Express untuk Minimasi Ongkos Kirim Antar Kota Menggunakan Metode Hungarian

Nerli Khairani<sup>1</sup>, Muthia Shafa Nazahra<sup>2\*</sup>, Khairunnisa Aqilah<sup>3</sup>, Theresia Grace Oktaviany Simanjuntak<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Matematika, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia;  
[nerlinst@yahoo.co.id](mailto:nerlinst@yahoo.co.id)

<sup>2</sup>Program Studi Matematika, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia;  
\*[muthia.4233230006@mhs.unimed.ac.id](mailto:muthia.4233230006@mhs.unimed.ac.id)

<sup>3</sup>Program Studi Matematika, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia;  
[nisa04062004.4233530007@mhs.unimed.ac.id](mailto:nisa04062004.4233530007@mhs.unimed.ac.id)

<sup>4</sup>Program Studi Matematika, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia;  
[theresia21.4233230014@mhs.unimed.ac.id](mailto:theresia21.4233230014@mhs.unimed.ac.id)

**Abstrak.** Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis persoalan penugasan dalam upaya meminimalkan ongkos kirim antar kota pada JNE Express menggunakan Metode Hungarian. Permasalahan penugasan merupakan salah satu topik dalam riset operasi yang berfokus pada pengalokasian sumber daya terhadap sejumlah tugas dengan biaya minimum. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder berupa tarif layanan JNE *Trucking* (JTR) untuk berat 10 kg antar enam kota besar di Indonesia, yaitu Jakarta, Medan, Banjarmasin, Makassar, Denpasar, dan Jayapura. Data tarif ini merupakan data eksklusif yang dikumpulkan secara manual dari situs resmi JNE pada bulan Oktober 2025 (JNE, 2025), sehingga merefleksikan biaya pengiriman aktual pada periode tersebut. Analisis dilakukan dengan dua pendekatan, yaitu secara manual menggunakan algoritma Hungarian dan secara otomatis dengan perangkat lunak LINDO. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kombinasi penugasan optimal diperoleh ketika setiap kota asal melayani tujuan yang sama (intra-kota), dengan total biaya minimum sebesar Rp350.000. Nilai tersebut identik antara hasil perhitungan manual dan hasil optimasi menggunakan LINDO, yang menunjukkan keakuratan dan efektivitas Metode Hungarian dalam meminimalkan biaya pengiriman. Temuan ini menegaskan bahwa pendekatan matematis berbasis riset operasi dapat diterapkan secara praktis untuk meningkatkan efisiensi distribusi dan mendukung pengambilan keputusan strategis dalam sektor logistik.

**Kata Kunci:** Metode Hungarian, Persoalan Penugasan, Optimasi Biaya, Efisiensi Distribusi, Logistik.

**Abstract.** This study aims to analyze assignment problems in an effort to minimize inter-city shipping costs at JNE Express using the Hungarian Method. Assignment problems are one of the topics in operations research that focuses on allocating resources to a number of tasks at minimum cost. The data used in this study is secondary data in the form of JNE Trucking (JTR) service rates for 10 kg shipments between six major cities in Indonesia, namely Jakarta, Medan, Banjarmasin, Makassar, Denpasar, and Jayapura. This tariff data is exclusive data collected manually from the official JNE website in October 2025 (JNE, 2025), so it reflects the actual shipping costs in that period. The analysis was conducted using two approaches, namely manually using the Hungarian algorithm and automatically using LINDO software. The results show that the optimal assignment combination is obtained when each origin city serves the same destination (intra-city), with a minimum total cost of IDR 350,000. This value is identical between the manual calculation and the optimization results using LINDO, which demonstrates the accuracy and effectiveness of the Hungarian Method in minimizing shipping costs. These findings confirm that a mathematical approach based on operations research can be applied practically to improve distribution efficiency and support strategic decision-making in the logistics sector.

**Keywords:** Hungarian Method, Assignment Problem, Cost Optimization, Distribution Efficiency, Logistics.

## Pendahuluan

Perkembangan teknologi digital dan semakin populernya belanja online telah mempercepat pertumbuhan sektor logistik di Indonesia dengan signifikan. Berdasarkan data Bank Indonesia, nilai transaksi *e-commerce* di Indonesia tercatat mencapai Rp487,01 triliun sepanjang tahun 2024, menunjukkan tren pertumbuhan yang solid dalam perdagangan digital (BI, 2024). Distribusi barang saat ini merupakan elemen krusial dalam rantai pasok yang berhubungan langsung dengan kepuasan konsumen. Salah satu perusahaan pengiriman nasional yang berperan signifikan adalah JNE Express, yang sudah lama dikenal sebagai penyedia layanan pengantaran paket di Indonesia (Firdhousa et al., 2021).

Meningkatnya permintaan terhadap layanan pengiriman mendorong perusahaan logistik untuk terus memperbaiki kualitas layanan, terutama dalam hal ketepatan pengiriman dan pengurangan biaya. Namun, dalam pelaksanaannya masih banyak dijumpai kendala seperti lambatnya pengiriman, terbatasnya armada, dan kurangnya efisiensi distribusi (Damayanti et al., 2023; Somadi, 2020). Hal ini menunjukkan pentingnya

optimalisasi sistem penugasan pengiriman agar perusahaan dapat meminimalisir biaya sekaligus meningkatkan kepuasan pelanggan.

Persaingan ketat di sektor logistik domestik juga menuntut JNE untuk berinovasi. Kompetisi tidak hanya berasal dari perusahaan lama seperti Pos Indonesia dan TIKI, tetapi juga dari pendatang baru seperti J&T Express, SiCepat, dan AnterAja (Zahra et al., 2024). Agar tetap kompetitif, JNE perlu mengoptimalkan sistem operasional pengiriman, termasuk dalam menentukan strategi penugasan pengiriman antar kota dengan biaya seminimal mungkin.

Banyak kajian menunjukkan bahwa masalah distribusi dan penugasan kurir bisa diselesaikan dengan metode matematis. Penelitian di J&T Telagasari menemukan bahwa penerapan metode Hungarian dapat mengoptimalkan penugasan kurir sesuai wilayah dan rute terpendek, sehingga dapat mengurangi biaya dan waktu (Aji et al., 2021). Studi lain di PT Indah Shipping Cabang Samarinda menunjukkan bahwa Metode Hungarian memberikan solusi yang lebih efektif untuk alokasi transportasi jika dibandingkan dengan metode penugasan tradisional (Mashuri et al., 2021).

Secara konseptual, dalam riset operasi, persoalan penugasan (*assignment problem*) merupakan proses mengalokasikan sejumlah sumber daya, seperti kurir atau armada, pada sejumlah tugas tertentu agar total ongkos atau waktu menjadi minimum. Setiap kombinasi penugasan memiliki nilai biaya berbeda yang dimodelkan dalam bentuk matriks ongkos. Kajian seperti ini banyak ditemukan di bidang logistik, misalnya penelitian oleh Seda (2022) terkait penerapan *assignment problem* pada sistem distribusi, serta oleh Riani dan Laharjingga (2024) yang menyoroti pentingnya efisiensi biaya dalam penugasan tenaga kerja.

Metode Hungarian merupakan algoritma matematis yang digunakan untuk menyelesaikan *assignment problem* dengan tujuan memperoleh penugasan optimal, baik untuk meminimalkan biaya atau waktu maupun memaksimalkan keuntungan atau efisiensi (Seda, 2022). Pendekatan ini telah banyak digunakan dalam berbagai konteks praktis, termasuk penugasan tenaga kerja untuk menekan biaya operasional dan meningkatkan efisiensi (Sipni & Rarasati, 2025). Sejumlah penelitian juga menunjukkan keberhasilannya dalam menurunkan biaya produksi, distribusi, serta alokasi sumber daya (Ricardianto et al., 2021; Riyanto & Atmayani, 2023).

Melalui konteks logistik, algoritma ini dapat diterapkan untuk mengoptimalkan biaya pengiriman dengan mencocokkan rute dan kapasitas armada secara efisien. Beberapa studi terkini juga memperlihatkan keberhasilan penerapannya pada kasus transportasi dan distribusi serupa (Christwandy, 2024; Saputra et al., 2024). Oleh karena itu, penerapan metode Hungarian pada sistem pengiriman JNE diharapkan menjadi solusi praktis untuk meningkatkan efisiensi distribusi dan menekan biaya operasional.

Dari sisi kepuasan pelanggan, mutu layanan logistik tetap menjadi tolak ukur signifikan untuk mencapai keberhasilan. Analisis perbandingan JNE dan J&T di Jabodetabek menunjukkan bahwa meskipun keduanya bersaing ketat, JNE masih memiliki beberapa elemen layanan yang harus diperbaiki agar sejajar dengan pesaingnya (Shaumi & Cahyadi, 2022). Hal ini semakin mempertegas bahwa optimalisasi biaya dan waktu melalui metode matematis perlu diimbangi dengan perbaikan kualitas pelayanan.

Selain itu, sejumlah penelitian menekankan signifikansi evaluasi kualitas layanan logistik secara komprehensif, baik dari perspektif pelanggan maupun perusahaan. Evaluasi itu mencakup logistik *last-mile*, keandalan sistem distribusi, dan kualitas layanan secara keseluruhan (Firdhausa et al., 2021; Zahra et al., 2024). Dengan demikian, penerapan metode Hungarian pada sistem pengiriman JNE diharapkan dapat menjadi solusi praktis dalam mengefisienkan biaya distribusi sekaligus meningkatkan kepuasan pelanggan. Penelitian terdahulu belum secara eksplisit menggabungkan aspek kualitas layanan dengan optimasi biaya operasional menggunakan metode matematis yang canggih. Penelitian ini mencoba memberikan kontribusi dengan mengombinasikan kajian kualitas pelayanan logistik dan pendekatan matematis *Hungarian Method* untuk meminimalkan ongkos kirim antar kota pada JNE Express. Kombinasi terpadu antara analisis kualitatif layanan dan optimasi *modelling* matematis untuk kasus JNE Express ini merupakan *novelty* yang diusung, mengisi *research gap* dalam literatur terkait logistik.

Berdasarkan literatur di atas, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis persoalan penugasan dalam minimasi ongkos kirim paket antar kota pada JNE Express menggunakan Metode Hungarian. Penelitian ini tidak hanya berfokus pada perhitungan manual, tetapi juga membandingkan hasil perhitungan otomatis menggunakan perangkat lunak LINDO untuk memperoleh solusi optimal yang efisien. Hasil penelitian diharapkan dapat

memberikan gambaran empiris mengenai efisiensi distribusi sekaligus menjadi dasar rekomendasi strategis bagi perusahaan logistik dalam menekan biaya operasional dan meningkatkan kinerja layanan pengiriman di era digital saat ini.

## Metode

### *Pendekatan dan Rancangan Penelitian*

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan penerapan riset operasi (*operation research*) untuk menyelesaikan masalah praktis di bidang logistik. Fokus penelitian ini adalah pemodelan persoalan penugasan (*assignment problem*) untuk menemukan kombinasi penugasan antar kota dengan biaya pengiriman paling efisien. Pendekatan ini relevan karena metode matematis algoritma Hungarian terbukti efektif untuk menyelesaikan masalah penugasan yang kompleks secara sistematis dan terstruktur, terutama ketika jumlah sumber (kota asal) dan tugas (kota tujuan) adalah sama (Sari & Ramadhani, 2024).

Rancangan penelitian ini berbentuk studi pemodelan matematis dengan penerapan langsung pada kasus ongkos kirim paket JNE Express antar kota. Tujuan akhirnya adalah memperoleh solusi optimal berupa kombinasi pengiriman yang menghasilkan biaya minimum sekaligus efisien dalam implementasi logistik (Ricardianto et al., 2021).

### *Sumber dan Pengolahan Data*

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari situs resmi JNE Express pada layanan JTR (*JNE Trucking*). Data mencakup ongkos kirim paket dengan berat 10 kg antar enam kota besar di Indonesia, yaitu Jakarta, Medan, Banjarmasin, Makassar, Denpasar, dan Jayapura. Pemilihan kota tersebut didasarkan pada fungsinya sebagai pusat distribusi logistik nasional (Hartono, 2022).

Data yang telah terkumpul diolah melalui dua pendekatan, yaitu:

1. Secara manual, dengan menggunakan metode *assignment* berbasis algoritma Hungarian.
2. Secara otomatis, dengan bantuan perangkat lunak LINDO for Windows, untuk memverifikasi hasil perhitungan manual dan memastikan keakuratan solusi optimal (Wulandari et al., 2023).

*Software* LINDO (*Linear, Interactive, and Discrete Optimizer*) dipilih karena mampu menyelesaikan berbagai model optimasi seperti *transportation problem*, *assignment problem*, dan *linier programming* dengan antarmuka yang mudah

Copyright © 2025

*Buana Matematika* :

Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika

p-ISSN : 2088-3021

e-ISSN : 2598-8077

dipahami. Selain itu, LINDO dapat menampilkan laporan solusi optimal yang lengkap, termasuk nilai fungsi tujuan minimum maupun maksimum (Lindo Systems Inc, 2023).

### *Prosedur Aplikasi Metode Hungarian*

Metode Hungarian merupakan algoritma matematis yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan penugasan dengan tujuan meminimalkan total biaya atau memaksimalkan efisiensi. Persoalan penugasan dalam penelitian ini diformulasikan sebagai model matematis berikut:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \quad \dots (1)$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \dots (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad \dots (3)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika sumber } i \text{ ditugaskan ke tujuan } j, \\ 0, & \text{lainnya.} \end{cases} \quad \dots (4)$$

Keterangan:

$c_{ij}$  = biaya penugasan dari kota asal ke kota tujuan

$x_{ij}$  = variabel keputusan (1 jika penugasan dilakukan, 0 jika tidak)

$Z$  = total biaya minimum yang ingin diminimalkan

Tahapan penerapan metode Hungarian dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membangun Matriks Ongkos (*Cost Matrix*)  
Data ongkos kirim antar kota disusun menjadi matriks  $6 \times 6$ , mewakili 6 kota asal dan 6 kota tujuan dengan kota asal = kota tujuan = Jakarta, Medan, Banjarmasin, Makassar, Denpasar, Jayapura.
2. Reduksi Baris dan Kolom  
Setiap baris dikurangi dengan nilai terkecil pada baris tersebut, kemudian setiap kolom dikurangi dengan nilai terkecil pada kolom tersebut. Hasilnya berupa matriks baru yang berisi peluang (*opportunity cost*)
3. Penentuan Titik Nol dan Uji Optimalitas  
Menarik garis vertikal dan horizontal seminimal mungkin untuk menutupi seluruh elemen nol dalam matriks. Jika jumlah garis masih kurang dari enam, dilakukan revisi dengan mengurangi semua elemen non-nol berdasarkan nilai terkecil yang belum tertutup garis (Riyanto & Atmayani, 2023).

#### 4. Penugasan Optimal

Ketika kondisi optimal tercapai, dilakukan pemilihan elemen nol pada setiap baris dan kolom tanpa konflik untuk menentukan kombinasi penugasan terbaik antara kota asal dan kota tujuan.

#### 5. Perhitungan Total Biaya Minimum

Nilai biaya dari setiap kombinasi penugasan optimal dijumlahkan untuk memperoleh total biaya minimum yang menunjukkan hasil akhir efisiensi penugasan menggunakan metode Hungarian.

### Hasil dan Pembahasan

#### *Data Ongkos Kirim*

Data ongkos kirim yang digunakan dalam penelitian ini merupakan tarif pengiriman paket layanan JNE *Trucking* (JTR) untuk berat 10 kg antar enam kota besar di Indonesia, yaitu Jakarta, Medan, Banjarmasin, Makassar, Denpasar, dan Jayapura. Data ini diperoleh melalui situs resmi JNE Express dan disusun dalam bentuk matriks biaya sebagaimana pada Tabel 1 berikut.

**Tabel 1.** Data Ongkos Kirim Paket JNE Express pada Layanan JTR

Asal \ Tujuan	Jakarta	Medan	Banjarmasin	Makassar	Denpasar	Jayapura
Jakarta	Rp40.000	Rp75.000	Rp130.000	Rp160.000	Rp85.000	Rp260.000
Medan	Rp105.000	Rp50.000	Rp270.000	Rp280.000	Rp165.000	Rp340.000
Banjarmasin	Rp170.000	Rp265.000	Rp40.000	Rp220.000	Rp175.000	Rp300.000
Makassar	Rp170.000	Rp220.000	Rp160.000	Rp65.000	Rp135.000	Rp315.000
Denpasar	Rp95.000	Rp130.000	Rp135.000	Rp150.000	Rp40.000	Rp205.000
Jayapura	Rp460.000	Rp435.000	Rp480.000	Rp340.000	Rp550.000	Rp115.000

Sumber: <https://jne.co.id/shipping-fee> (diakses 2025)

Data tersebut menggambarkan variasi ongkos kirim antar kota berdasarkan jarak dan rute logistik JNE. Terlihat bahwa pengiriman dari Jayapura ke kota lain memiliki biaya tertinggi, sedangkan pengiriman intra-kota (asal dan tujuan sama) relatif paling rendah.

#### *Analisis Manual dengan Algoritma Hungarian*

Langkah awal dalam algoritma Hungarian adalah membentuk matriks ongkos, kemudian melakukan reduksi baris dan kolom untuk menghasilkan matriks peluang biaya (*opportunity cost*). Tahapan tersebut dilakukan sebagai berikut:

1. Menyusun total *opportunity cost table*, dengan cara: mengurangi nilai pada setiap baris dengan nilai yang terkecil pada baris tersebut.

Copyright © 2025

*Buana Matematika* :

Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika

p-ISSN : 2088-3021

e-ISSN : 2598-8077

Tabel 2. Matriks Hasil Reduksi Baris pada Metode Hungarian

Tujuan Asal	Jakarta (Rp)	Medan (Rp)	Banjarmasin (Rp)	Makassar (Rp)	Denpasar (Rp)	Jayapura (Rp)
Jakarta	0	35.000	90.000	120.000	45.000	220.000
Medan	55.000	0	220.000	230.000	115.000	290.000
Banjarmasin	130.000	225.000	0	180.000	135.000	260.000
Makassar	105.000	155.000	95.000	0	70.000	250.000
Denpasar	55.000	90.000	95.000	110.000	0	165.000
Jayapura	345.000	320.000	365.000	225.000	435.000	0

Tabel 2 memperlihatkan hasil matriks setelah dilakukan reduksi baris, diperoleh bahwa setiap kolom telah memiliki minimal satu nilai nol. Oleh karena itu, tahap reduksi kolom tidak perlu dilakukan lagi karena kondisi optimal untuk proses berikutnya telah terpenuhi.

2. Tutup semua angka nol, dengan menarik garis horizontal dan vertikal, dengan jumlah garis yang paling efisien dan seminimal mungkin.

Tabel 3. Matriks Hasil Penutupan Elemen Nol pada Metode Hungarian

Tujuan Asal	Jakarta (Rp)	Medan (Rp)	Banjarmasin (Rp)	Makassar (Rp)	Denpasar (Rp)	Jayapura (Rp)
Jakarta	<del>0</del>	<del>35.000</del>	<del>90.000</del>	<del>120.000</del>	<del>45.000</del>	<del>220.000</del>
Medan	<del>55.000</del>	<del>0</del>	<del>220.000</del>	<del>230.000</del>	<del>115.000</del>	<del>290.000</del>
Banjarmasin	<del>130.000</del>	<del>225.000</del>	<del>0</del>	<del>180.000</del>	<del>135.000</del>	<del>260.000</del>
Makassar	<del>105.000</del>	<del>155.000</del>	<del>95.000</del>	<del>0</del>	<del>70.000</del>	<del>250.000</del>
Denpasar	<del>55.000</del>	<del>90.000</del>	<del>95.000</del>	<del>110.000</del>	<del>0</del>	<del>165.000</del>
Jayapura	<del>345.000</del>	<del>320.000</del>	<del>365.000</del>	<del>225.000</del>	<del>435.000</del>	<del>0</del>

Tabel 3 menampilkan hasil matriks setelah dilakukan penarikan garis horizontal untuk menutupi seluruh elemen nol. Garis merah menunjukkan posisi baris dan kolom yang ditutup pada saat proses uji optimalitas dilakukan. Pada tahap ini, diketahui bahwa seluruh kolom telah memiliki setidaknya satu elemen nol, sehingga kondisi optimal telah tercapai. Jumlah garis yang digunakan untuk menutupi semua elemen nol juga telah sama dengan jumlah baris/kolom, yaitu enam, yang menandakan bahwa solusi optimal telah diperoleh.

3. Kesimpulan dari penugasan ini sebagai berikut (lihat kembali pada tabel data awal).

**Tabel 4.** Hasil Penugasan Optimal Menggunakan Metode Hungarian

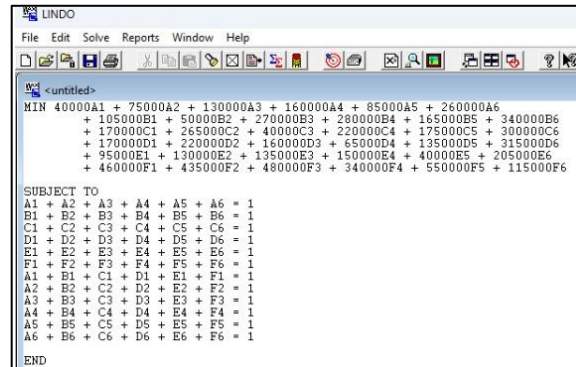
Asal	Tujuan	Harga (Rp)
Jakarta	Jakarta	40.000
Medan	Medan	50.000
Banjarmasin	Banjarmasin	40.000
Makassar	Makassar	65.000
Denpasar	Denpasar	40.000
Jayapura	Jayapura	115.000
<b>Total</b>		<b>350.000</b>

Tabel 4 memperlihatkan kombinasi penugasan antara kota asal dan kota tujuan dengan biaya minimum hasil dari perhitungan algoritma Hungarian. Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa setiap kota asal sebaiknya menangani pengiriman untuk kota tujuannya sendiri karena menghasilkan total biaya minimum sebesar Rp350.000. Temuan ini menunjukkan bahwa pola distribusi lokal (intra-kota) merupakan konfigurasi yang paling efisien bagi JNE Express pada data penelitian ini. Pola ini juga mendukung penerapan strategi distribusi berbasis wilayah (*regional-based assignment*), yang dapat membantu perusahaan menekan biaya operasional dan meningkatkan efisiensi waktu pengiriman.

#### ***Analisis Otomatis dengan Aplikasi LINDO***

Selain perhitungan manual, penelitian ini juga melakukan analisis otomatis menggunakan perangkat lunak LINDO (*Linear, Interactive, and Discrete Optimizer*). LINDO digunakan untuk memverifikasi hasil penyelesaian masalah penugasan (*assignment problem*) secara matematis dengan algoritma linier. Tujuan penggunaan LINDO adalah memastikan bahwa hasil perhitungan manual menggunakan algoritma Hungarian benar-benar menghasilkan nilai biaya minimum yang sama secara komputasional. Langkah-langkah analisis menggunakan aplikasi LINDO dilakukan sebagai berikut:

## 1. Input Model Optimasi Penugasan



```

LINDO
File Edit Solve Reports Window Help
<untitled>
MIN 40000A1 + 75000A2 + 130000A3 + 160000A4 + 85000A5 + 260000A6
+ 105000B1 + 50000B2 + 270000B3 + 280000B4 + 165000B5 + 340000B6
+ 170000C1 + 265000C2 + 400000C3 + 220000C4 + 175000C5 + 300000C6
+ 170000D1 + 220000D2 + 160000D3 + 65000D4 + 135000D5 + 315000D6
+ 95000E1 + 130000E2 + 135000E3 + 150000E4 + 40000E5 + 205000E6
+ 460000F1 + 435000F2 + 460000F3 + 340000F4 + 550000F5 + 115000F6

SUBJECT TO
A1 + A2 + A3 + A4 + A5 + A6 = 1
B1 + B2 + B3 + B4 + B5 + B6 = 1
C1 + C2 + C3 + C4 + C5 + C6 = 1
D1 + D2 + D3 + D4 + D5 + D6 = 1
E1 + E2 + E3 + E4 + E5 + E6 = 1
F1 + F2 + F3 + F4 + F5 + F6 = 1
A1 + B1 + C1 + D1 + E1 + F1 = 1
A2 + B2 + C2 + D2 + E2 + F2 = 1
A3 + B3 + C3 + D3 + E3 + F3 = 1
A4 + B4 + C4 + D4 + E4 + F4 = 1
A5 + B5 + C5 + D5 + E5 + F5 = 1
A6 + B6 + C6 + D6 + E6 + F6 = 1

END

```

Gambar 1. Input Model Optimasi Penugasan pada Aplikasi LINDO

Gambar 1 memperlihatkan proses penulisan model matematis dalam LINDO. Fungsi tujuan (*objective function*) dimasukkan dalam bentuk MIN untuk meminimalkan total ongkos kirim antar kota.

Setiap variabel ( $A_1, A_2, \dots, F_6$ ) mewakili kombinasi kota asal dan kota tujuan, sedangkan nilai di depannya menunjukkan biaya pengiriman (dalam rupiah).

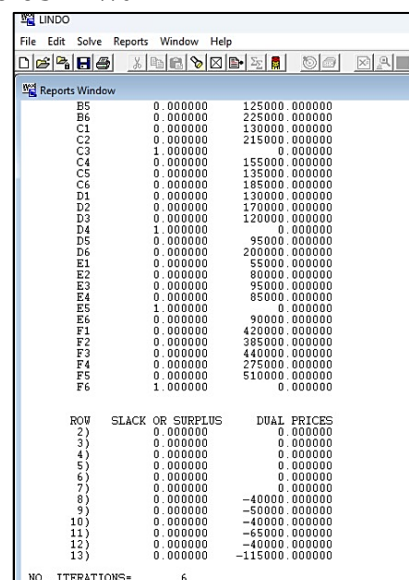
2. Penetapan Kendala (*Constraint Definition*)

Bagian SUBJECT TO berisi kendala (*constraints*) yang memastikan bahwa:

- Setiap kota asal hanya boleh ditugaskan ke satu kota tujuan,
- Setiap kota tujuan hanya menerima satu kota asal.

Persamaan ini membentuk sistem 12 kendala yang memastikan setiap baris dan kolom dalam matriks hanya memiliki satu penugasan aktif, sesuai dengan prinsip *assignment problem*.

## 3. Proses Iterasi dan Solusi Awal



Variable	Value	Slack or Surplus	Dual Price
B5	0.000000	125000.000000	0.000000
B6	0.000000	225000.000000	0.000000
C1	0.000000	130000.000000	0.000000
C2	0.000000	215000.000000	0.000000
C3	1.000000	0.000000	0.000000
C4	0.000000	155000.000000	0.000000
C5	0.000000	135000.000000	0.000000
C6	0.000000	185000.000000	0.000000
D1	0.000000	130000.000000	0.000000
D2	0.000000	170000.000000	0.000000
D3	0.000000	120000.000000	0.000000
D4	1.000000	0.000000	0.000000
D5	0.000000	95000.000000	0.000000
D6	0.000000	200000.000000	0.000000
E1	0.000000	55000.000000	0.000000
E2	0.000000	80000.000000	0.000000
E3	0.000000	95000.000000	0.000000
E4	0.000000	85000.000000	0.000000
E5	1.000000	0.000000	0.000000
E6	0.000000	90000.000000	0.000000
F1	0.000000	420000.000000	0.000000
F2	0.000000	385000.000000	0.000000
F3	0.000000	440000.000000	0.000000
F4	0.000000	275000.000000	0.000000
F5	0.000000	510000.000000	0.000000
F6	1.000000	0.000000	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	0.000000	
3)	0.000000	0.000000	
4)	0.000000	0.000000	
5)	0.000000	0.000000	
6)	0.000000	0.000000	
7)	0.000000	0.000000	
8)	0.000000	-40000.000000	
9)	0.000000	-50000.000000	
10)	0.000000	-40000.000000	
11)	0.000000	-65000.000000	
12)	0.000000	-40000.000000	
13)	0.000000	-115000.000000	

NO. ITERATIONS= 6

Gambar 2. Tampilan Hasil Iterasi dan Laporan Variabel LINDO

Copyright © 2025

Buana Matematika :

Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika

p-ISSN : 2088-3021

e-ISSN : 2598-8077

Gambar 2 menunjukkan hasil laporan dari proses iterasi LINDO setelah model dijalankan. Pada bagian ini, *software* menampilkan status setiap variabel (misalnya A1, B3, C5, dan seterusnya) dengan nilai 1 untuk kombinasi yang terpilih dan 0 untuk yang tidak digunakan dalam solusi optimal. Kolom SLACK OR SURPLUS dan DUAL PRICES menunjukkan nilai sisa dan harga bayangan (*dual value*) dari setiap kendala.

Seluruh nilai slack bernilai 0, artinya semua kendala telah terpenuhi secara tepat tanpa sisa sumber daya yang tidak digunakan. Hal tersebut menandakan bahwa solusi yang dihasilkan sudah optimal. Proses iterasi berhenti pada iteration ke-6, menunjukkan efisiensi komputasi algoritma dalam mencapai titik optimal.

#### 4. Hasil Akhir dan Nilai Fungsi Tujuan

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
A1	1.000000	0.000000
A2	0.000000	25000.000000
A3	0.000000	90000.000000
A4	0.000000	95000.000000
A5	0.000000	45000.000000
A6	0.000000	145000.000000
B1	0.000000	65000.000000
B2	1.000000	0.000000
B3	0.000000	230000.000000
B4	0.000000	215000.000000
B5	0.000000	125000.000000
B6	0.000000	225000.000000
C1	0.000000	130000.000000
C2	0.000000	215000.000000
C3	1.000000	0.000000
C4	0.000000	155000.000000
C5	0.000000	135000.000000
C6	0.000000	185000.000000
D1	0.000000	130000.000000
D2	0.000000	170000.000000
D3	0.000000	120000.000000
D4	1.000000	0.000000
D5	0.000000	95000.000000
D6	0.000000	200000.000000
E1	0.000000	55000.000000
E2	0.000000	80000.000000
E3	0.000000	95000.000000
E4	0.000000	85000.000000
E5	1.000000	0.000000
E6	0.000000	90000.000000
F1	0.000000	420000.000000
F2	0.000000	385000.000000
F3	0.000000	440000.000000
F4	0.000000	275000.000000
F5	0.000000	510000.000000
F6	1.000000	0.000000

Gambar 3. Hasil Akhir dan Nilai Fungsi Tujuan (*Objective Function*) di LINDO

Gambar 3 menampilkan hasil akhir optimasi yang menunjukkan bahwa *objective function value* (nilai fungsi tujuan minimum) adalah sebesar Rp350.000. Nilai ini identik dengan hasil yang diperoleh dari perhitungan manual menggunakan Metode Hungarian, yang berarti proses validasi berhasil. Variabel-variabel yang bernilai 1 (aktif) menunjukkan kombinasi penugasan yang menghasilkan total biaya minimum, yaitu:

- A1 (Jakarta – Jakarta)
- B2 (Medan – Medan)
- C3 (Banjarmasin – Banjarmasin)
- D4 (Makassar – Makassar)
- E5 (Denpasar – Denpasar)

Copyright © 2025

*Buana Matematika* :

Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika

p-ISSN : 2088-3021

e-ISSN : 2598-8077

- F6 (Jayapura – Jayapura)

#### 5. Verifikasi dan Interpretasi Hasil

Kesamaan hasil antara metode manual dan optimasi otomatis menunjukkan bahwa LINDO berhasil memvalidasi efektivitas algoritma Hungarian dalam menentukan kombinasi penugasan yang menghasilkan biaya minimum. Hal ini memperkuat keyakinan bahwa pendekatan matematis berbasis optimasi linier dapat diterapkan secara praktis dalam sistem distribusi logistik.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa biaya minimum diperoleh ketika setiap kota melayani pengiriman untuk wilayahnya sendiri (intra-kota). Kondisi ini dapat dijelaskan melalui struktur biaya logistik yang secara alami meningkat seiring dengan jarak dan kompleksitas rute. Pengiriman antar pulau, seperti dari Jayapura ke kota lain, membutuhkan moda transportasi tambahan serta proses distribusi lebih panjang, sehingga menyebabkan biaya jauh lebih tinggi dibandingkan pengiriman dalam kota yang relatif sederhana. Dengan demikian, hasil optimasi yang diperoleh melalui Metode Hungarian secara logis mencerminkan realitas sistem logistik nasional, di mana efisiensi paling tinggi dicapai pada distribusi berbasis wilayah.

Metode Hungarian mampu menyeleksi kombinasi penugasan efisien karena algoritma ini bekerja dengan prinsip reduksi biaya hingga mencapai titik nol sebagai peluang optimal. Nilai nol yang dihasilkan pada matriks bukan sekadar hasil aritmetika, tetapi merepresentasikan kondisi keseimbangan antara biaya dan penugasan. Dalam konteks penelitian ini, fakta bahwa reduksi baris sudah cukup tanpa perlu reduksi kolom menunjukkan bahwa variasi biaya antar kota sangat kontras, sehingga solusi optimal lebih mudah ditemukan. Ini menandakan bahwa struktur biaya pengiriman JNE memiliki pola dominan yaitu biaya minimum selalu muncul pada rute lokal karena adanya kesenjangan biaya antar wilayah yang besar.

Secara konseptual, hasil ini memperkuat teori dasar riset operasi bahwa solusi optimal dalam persoalan penugasan akan cenderung memilih kombinasi dengan selisih biaya paling kecil pada setiap baris. Artinya, sistem akan selalu mengarah pada kondisi efisien ketika perbedaan biaya antar opsi sangat jelas. Dalam praktik industri logistik, hal ini berarti perusahaan dapat menghemat biaya secara signifikan dengan menerapkan strategi *regional-based delivery*, yakni memusatkan layanan pada area tertentu sebelum melakukan distribusi lintas wilayah.

Dengan kata lain, temuan penelitian ini tidak hanya menunjukkan efektivitas Metode Hungarian secara matematis, tetapi juga menggambarkan bagaimana algoritma tersebut mampu merepresentasikan fenomena nyata dalam pengelolaan biaya logistik. Penerapan metode ini dapat membantu perusahaan dalam pengambilan keputusan strategis, khususnya untuk mengoptimalkan rute, menyeimbangkan beban pengiriman, dan meminimalkan pemborosan sumber daya dalam sistem distribusi modern.

### **Simpulan**

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa Metode Hungarian mampu memberikan solusi optimal dalam meminimalkan ongkos kirim pada sistem distribusi JNE Express. Penugasan paling efisien terjadi pada pengiriman intra-kota, di mana setiap kota asal melayani tujuan yang sama, menghasilkan total biaya minimum sebesar Rp350.000. Kesamaan hasil antara perhitungan manual dan komputasi otomatis dengan LINDO membuktikan bahwa metode ini akurat dan dapat diandalkan untuk kasus penugasan nyata. Penelitian ini menegaskan pentingnya penerapan pendekatan matematis dalam pengambilan keputusan logistik, khususnya dalam penentuan rute dan alokasi sumber daya yang efisien. Selain itu, hasil penelitian ini juga menjadi dasar bagi pengembangan model optimasi yang lebih kompleks pada penelitian berikutnya, seperti dengan mempertimbangkan variabel waktu, kapasitas, dan jarak tempuh dalam sistem distribusi perusahaan logistik di Indonesia.

### **Ucapan Terima Kasih**

Penulis mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah memberikan dukungan selama proses penelitian dan penyusunan naskah ini. Ucapan terima kasih disampaikan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan, atas dukungan akademik dan fasilitas penelitian yang diberikan. Penulis juga menyampaikan apresiasi kepada pihak JNE Express atas ketersediaan data yang digunakan dalam analisis, serta kepada rekan-rekan yang turut membantu dalam proses pengumpulan dan verifikasi data. Penulis berharap penelitian ini dapat memberikan manfaat bagi pengembangan ilmu riset operasi serta menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya di bidang optimasi dan logistik.

**Daftar Pustaka**

- Aji, A. T. S., Sari, R. P., & Dede, D. (2021). Analisis Optimalisasi Penempatan Wilayah dan Efisiensi Jarak Perjalanan Kurir ke Berbagai Tujuan dengan Metode Assignment dan Networking. *Barometer*, 6(2), 343–351. <https://doi.org/https://doi.org/10.35261/barometer.v6i2.4618>
- Pusat Data Kontan. (2025). *Transaksi E-Commerce Indonesia 2019-2024*.Kontan.co.id. <https://pusatdata.kontan.co.id/infografik/88/Transaksi-Ecommerce-Indonesia-2019-2024>
- Christwandy, R. S. (2024). Penerapan Metode Hungarian dalam Optimalisasi Penugasan Karyawan Tubeless Pre Assy PT. GT. *Proceeding Mercu Buana Conference on Industrial Engineering*, 6, 412–422.
- Damayanti, A. W., Salsabila, M., Agnia, A., Monika, K., & Firmansyah, R. (2023). Hambatan dan Kelemahan Jasa Pengiriman Logistik Indonesia ke Luar Negeri Obstacles and Weaknesses of Indonesian Logistics Shipping Overaseas. *Jurnal Ilmu Administrasi Bisnis Fakultas Ilmu Sosial dan Hukum (JADBISFISH)*, 2(2), 147–158. <https://doi.org/10.26858/jab.v2i2.46690>
- Firdhousa, R. M., Baihaqi, I., & Ardiantono, D. S. (2021). Evaluasi Kualitas Pelayanan Last-Mile Logistic pada JNE Express. *Jurnal Teknik ITS*, 10(1). <https://doi.org/10.12962/j23373539.v10i1.60421>
- Hartono, T. (2022). Studi Data Sekunder Tarif E-Commerce untuk Perhitungan Biaya Pengiriman Rantai Pasok. *Jurnal Sistem Informasi*, 8(3), 200-210.
- JNE. (2025). *Cek Tarif Pengiriman*. Diakses tanggal [09 November 2025], <https://www.jne.co.id/id/tracking/tarif>
- Lindo Systems Inc. (2023). *LINDO: Optimization Modeling Software for Linear, Integer, and Nonlinear programming* (Version 18). Chicago: Lindo Systems. Retrieved from <https://www.lindo.com>
- Mashuri, M., Jonathan, L. R., & Heriyanto. (2021). Optimalisasi Biaya Transportasi Pekerja Bagian Kurir pada PT. Indah Shipping Cabang Samarinda. *Ekonomia*, 10(1), 254–264.
- Riani, N., & Laharjingga, F. (2024). Efisiensi Biaya Penugasan Karyawan dengan Metode Hungarian: Studi Kasus pada Konveksi RAPPI. *Jurnal Nusantara Aplikasi Manajemen Bisnis*, 9(2), 155–164.
- Ricardianto, P., Sihombing, S., Suryobuwono, A. A., Sholihah, S. A., & Saribanon, E. (2021). Covid-19: Implikasi Transportasi Darat dan Logistik di Indonesia. *Jurnal Manajemen Transportasi & Logistik*, 8(2), 157–170.
- Riyanto, W., & Atmayani, A. I. (2023). Pemecahan Masalah Penugasan (Assignment Problem) melalui Optimalisasi Penugasan Pejabat Pengadaan pada Pelaksanaan Pengadaan Langsung Secara

Copyright © 2025

*Buana Matematika* :

Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika

p-ISSN : 2088-3021

e-ISSN : 2598-8077

- Transaksional Berdasarkan Jenis Pengadaan Menggunakan Metode Hungarian. *Jurnal Pengadaan Barang/Jasa (JPBJ)*, 2(1), 38–46. <https://doi.org/https://doi.org/10.55961/jpbj.v2i1.35>
- Saputra, U., Hakzah, & Misbahuddin. (2024). Analisis Sistem Transportasi Logistik (Studi Kasus: Pergudangan Kota Parepare). *Jurnal KARAJATA ENGINEERING*, 4(1), 78–85. <https://doi.org/https://doi.org/10.31850/karajata.v4i1.3107>
- Sari, K., & Ramadhani, F. (2024). Analisis Efisiensi Biaya Penugasan Menggunakan Algoritma Hungarian. *Jurnal Rekayasa Sistem Industri*, 13(1), 45-56.
- Seda, M. (2022). The Assignment Problem and Its Relation to Logistics Problems. *Algorithms*, 15(10), 377. <https://doi.org/10.3390/a15100377>
- Shaumi, F. Z., & Cahyadi, E. R. (2022). Perbandingan Kepuasan Pelanggan terhadap Kualitas Layanan Logistik pada JNE dan J&T Express di Jabodetabek. *Jurnal Aplikasi Bisnis dan Manajemen*, 8(3), 939–950. <https://doi.org/10.17358/jabm.8.3.939>
- Sipni, D. M., & Rarasati, N. (2025). Penerapan Metode Hungarian dalam Penugasan Karyawan Casual pada Perusahaan BUMN. *Jurnal Informasi, Sains, dan Teknologi (ISAINTEK)*, 8(1), 11–20.
- Somadi. (2020). Evaluasi Keterlambatan Pengiriman Barang dengan Menggunakan Metode Six Sigma. *Jurnal Logistik Indonesia*, 4(2), 81–93. <https://doi.org/10.31334/logistik.v4i2.1110>
- Wulandari, S., Permana, D., dan Hidayat, A. (2023). Optimasi Penugasan Rute Kendaraan untuk Minimasi Biaya Distribusi dengan Metode Hungarian. *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, 9(2), 112-125.
- Zahra, A., Herawaty, T., & Muttaqin, Z. (2024). Pengembangan Kualitas Pelayanan Jasa Pengiriman Barang pada PT Pos Indonesia (Persero) KCU Bandung. *Jurnal Administrasi Bisnis (JAB)*, 14(1), 95–103.

**Riwayat Hidup Penulis****Dr. Nerli Khairani, M.Si.**

Dr. Nerli Khairani, M.Si., lahir di Padang Sidempuan pada tanggal 14 Januari tahun 1968. Penulis telah menyelesaikan pendidikan hingga jenjang S3. Saat ini, penulis menjabat sebagai dosen tetap di Universitas Negeri Medan (UNIMED) yang mengampu beberapa mata kuliah S1. Penulis telah menulis berbagai artikel jurnal yang dimulai sejak tahun 2016 hingga sekarang. Penulis berdomisili di Medan.

**Muthia Shafa Nazahra**

Muthia Shafa Nazahra, lahir di Medan pada tanggal 15 November tahun 2004. Saat ini, penulis adalah mahasiswa yang sedang menempuh pendidikan S1 di Universitas Negeri Medan (UNIMED) dengan mengambil Jurusan Matematika. Penulis berdomisili di Medan.

**Khairunnisa Aqilah**

Khairunnisa Aqilah, lahir di Medan pada tanggal 04 Juni tahun 2004. Saat ini, penulis adalah mahasiswa yang sedang menempuh pendidikan S1 di Universitas Negeri Medan (UNIMED) dengan mengambil Jurusan Matematika. Penulis berdomisili di Medan.

**Theresia Grace Oktaviany Simanjuntak**

Theresia Grace Oktaviany Simanjuntak, lahir di Bogor pada tanggal 21 Oktober tahun 2004. Saat ini, penulis adalah mahasiswa yang sedang menempuh pendidikan S1 di Universitas Negeri Medan (UNIMED) dengan mengambil Jurusan Matematika. Penulis berdomisili di Medan.