

Estimasi Interval Kredibel Distribusi Normal Terpotong Kiri pada Data Waktu Sembuh Pasien Covid-19

Putri Fardha Asa Oktavia Hans⁽¹⁾, Ardi Kurniawan⁽²⁾, Sediono⁽³⁾, Elly Ana⁽⁴⁾,
M. Fariz Fadillah Mardianto⁽⁵⁾

Universitas Airlangga

Kampus C Mulyorejo Telp./Fax. (031) 5915551 Surabaya 60115

e-mail: putri.fardha.asa-2018@fst.unair.ac.id, ardi-k@fst.unair.ac.id, sediono101@gmail.com,
elly-a@fst.unair.ac.id, dan m.fariz.fadillah.m@fst.unair.ac.id.

ABSTRAK

Pandemi Covid-19 dinyatakan sebagai *Public Health Emergency of International Concern* yaitu wabah global yang berisiko mengancam kesehatan masyarakat seluruh dunia. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengestimasi interval kredibel dari distribusi normal terpotong kiri. Estimasi interval kredibel adalah estimasi interval dengan menggunakan metode Bayesian. Hasil estimasi interval kredibel yang didapatkan memiliki bentuk implisit yaitu bentuk persamaan yang tidak mudah untuk diselesaikan sehingga diselesaikan dengan pendekatan numerik yaitu integrasi komputasi dengan menggunakan bantuan software *Mathematica*. Hasil estimasi yang diperoleh diterapkan pada waktu sembuh pasien Covid-19 dari Puskesmas Jemursari Surabaya pada rentang bulan Desember 2020 sampai Februari 2021. Melalui pemotongan kiri, proses estimasi parameter hanya menggunakan data yang lebih dari 10 hari, sehingga didapat 37 data dari total 45 data. Kesimpulan yang diperoleh adalah waktu sembuh pasien Covid-19 di Puskesmas Jemursari mempunyai rata-rata antara 10.583 hari sampai dengan 11.087 hari dan variansi antara 1.706 hari sampai dengan 1.772 hari.

Kata kunci : *distribusi normal, metode bayesian, prior jeffrey's, terpotong kiri.*

ABSTRACT

The Covid-19 pandemic has been declared a *Public Health Emergency of International Concern*, which is a global pandemic that threatens public health throughout the world. The purpose of this study was to estimate the credible interval of the left truncated normal distribution. Credible interval estimation is interval estimation using Bayesian method. The results of the estimated credible intervals obtained have an implicit form or an equation that is not easy to solve so that they are solved by using a numerical computational integral approach using *Mathematica* software. The results of this study were applied to the recovery time of Covid-19 patients from the Jemursari Health Center Surabaya in the range of December 2020 to February 2021. Through left cutting, the parameter estimation process only uses data that is more than 10 days, so that 37 data is obtained from a total of 45 data. The conclusion is that the recovery time of Covid-19 patients at the Jemursari Health Center has an average of 10.583 days to 11.087 days and a variance between 1.706 days to 1.772 days.

Keywords : *normal distribution, bayesian method, jeffrey's prior, left truncated.*

1. PENDAHULUAN

Coronavirus Disease 2019 (Covid-19) menjadi wabah global yang menghampiri seluruh aspek kehidupan, khususnya aspek kesehatan manusia. Pemerintah di seluruh negara sedang berjuang untuk keluar dari wabah Covid-19 (Agustino, 2020). Ketua Perhimpunan Rumah Sakit Indonesia Jawa Timur, dr. Dodo Anondo menyampaikan bahwa terjadinya lonjakan kasus pada gelombang II Covid-19 pada bulan Januari

2021 membuat beberapa rumah sakit overload sehingga diberlakukan sistem tutup sementara. Sistem layanan rumah sakit yang overload bisa membahayakan keselamatan masyarakat yang tidak tertangani oleh tenaga medis. Beberapa upaya penanganan yang dilakukan pemerintah adalah dengan membuka rumah sakit lapangan, menambah tempat isolasi, hingga mempercepat vaksinasi. Selain itu, penting adanya estimasi terkait waktu

sembuh pasien Covid-19 untuk mencegah terjadinya Kembali overload kapasitas rumah sakit.

Inferensi statistik digunakan untuk mengambil suatu keputusan pada suatu populasi. Pada inferensi statistik, salah satu hal terpenting adalah melakukan estimasi. Estimasi parameter yaitu penaksiran parameter populasi dengan menggunakan sampel (Walpole, 2017). Secara teoritis terdapat dua metode dalam melakukan estimasi parameter yaitu metode klasik dan *Bayesian*. Metode *Bayesian* selain menggunakan informasi data sampel juga menggunakan informasi data sebelumnya atau yang disebut dengan distribusi *prior* (Prahutama, 2012). Distribusi *prior* yang tidak diketahui informasi sebelumnya disebut dengan *non-informative prior*. Salah satu metode yang digunakan untuk menentukan distribusi *non-informative prior* adalah metode *Jeffrey's*.

Estimasi parameter dibedakan menjadi dua yaitu estimasi titik dan estimasi interval. Estimasi interval merupakan pendugaan rentang nilai untuk parameter populasi. Estimasi interval dengan menggunakan metode *Bayesian* disebut dengan interval kredibel. Dalam statistik *Bayesian*, interval kredibel merupakan interval di dalam domain dari distribusi probabilitas *posterior* untuk penaksiran interval (Mutiarani, 2012). Interval kredibel disusun dengan menemukan kuantil $\alpha/2$ dan $1 - \alpha/2$ dengan tingkat signifikansi α .

Informasi data sampel mempunyai sebaran distribusi diskrit atau kontinu. Distribusi kontinu yang penting dan banyak digunakan dalam statistika adalah distribusi normal. Salah satu pemanfaatan distribusi normal pada bidang kedokteran adalah sebagai distribusi untuk analisis uji hidup. Analisis uji hidup adalah daya tahan pasien terhadap suatu jenis penyakit (Fernandes, 2016). Jika semua individu diuji sampai terjadi kegagalan disebut dengan sampel lengkap, maka ketika dilakukan pembatasan individu terhadap suatu nilai tertentu disebut dengan sampel terpotong. Distribusi akibat adanya pemotongan lebih besar dari suatu nilai tertentu disebut dengan distribusi terpotong kiri (Cha, 2015).

Penelitian terkait estimasi interval kepercayaan telah banyak dilakukan. Salah satunya dilakukan oleh Hazhiah (2012) dengan judul Estimasi Parameter Distribusi Weibull Dua Parameter Menggunakan Metode Bayes. Hasil dari penelitian ini adalah diketahuinya bentuk estimasi kredibel distribusi Weibull dua parameter pada sampel lengkap dan tersensor tipe II.

Dalam penelitian kali ini dilakukan estimasi interval kredibel dari distribusi normal terpotong kiri. Metode yang digunakan yaitu *Bayesian* dengan

prior Jeffrey's distribusi normal sebagai informasi *prior* dari parameter. Hasil estimasi diterapkan pada data waktu sembuh pasien Covid-19 di Puskesmas Jemursari. Dimisalkan X adalah variabel acak berdistribusi normal yang menyatakan waktu sembuh pasien Covid-19. Selanjutnya akan dilakukan pemotongan kiri yaitu $X > a$ dengan $a = 10$, merujuk pada himbauan WHO yaitu isolasi minimal 10 hari pertama sejak didiagnosis positif Covid-19. Estimasi waktu sembuh pasien Covid-19 diharapkan dapat menjadi salah satu upaya membantu pihak penyedia fasilitas kesehatan untuk menyiapkan sistem layanan perawatan pasien Covid-19.

2. METODE PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Data dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Puskesmas Jemursari Kota Surabaya yaitu waktu sembuh pasien Covid-19 dalam rentang waktu bulan Desember 2020 sampai dengan Februari 2021. Data diukur sejak pasien dinyatakan positif hingga telah negatif dan didapatkan total 45 pasien. Lalu dilakukan pemotongan kiri yaitu pada $a = 10$, yang artinya data yang digunakan untuk proses estimasi adalah pasien yang memiliki rentang waktu sembuh lebih dari 10 hari.

2.2 Metode Analisis

Secara lengkap, prosedur analisis tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

1. Menentukan *Probability Density Function* (PDF) dari distribusi normal terpotong kiri berdasarkan persamaan berikut:

$$f(x|X > a; \theta, \sigma^2) = \frac{f(x)}{\text{Prob}(X > a)} \quad (1)$$

2. Menentukan bentuk fungsi *likelihood* distribusi normal terpotong kiri dengan parameter rata-rata θ dan variansi σ^2 berdasarkan persamaan berikut:

$$L(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) = \prod_{i=1}^n f(x_i | X_i > a; \theta, \sigma^2) \quad (2)$$

3. Menentukan jenis *prior* yang digunakan yaitu *prior Jeffrey's* dari distribusi normal dengan θ dan σ^2 bersifat independent sebagai berikut:

$$p(\theta, \sigma^2) \propto p(\theta) p(\sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2} \quad (3)$$

4. Menentukan distribusi *posterior* $g(\theta, \sigma^2 | \underline{x})$ berdasarkan persamaan berikut:

$$g(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) = \frac{L(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) p(\theta, \sigma^2)}{\int L(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) p(\theta, \sigma^2)} \quad (4)$$

5. Menentukan distribusi marginal untuk parameter θ dan σ^2 yakni $p(\theta | \underline{x})$ dan $p(\sigma^2 | \underline{x})$ sebagai berikut:

- a. Distribusi marginal $p(\theta | \underline{x})$

$$p(\theta | \underline{x}) = \int_0^\infty g(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) d\sigma^2 \quad (5)$$

- b. Distribusi marginal $p(\sigma^2 | \underline{x})$

$$p(\sigma^2 | \underline{x}) = \int_{-\infty}^\infty g(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) d\theta \quad (6)$$

6. Menentukan estimasi interval kredibel untuk parameter θ berdasarkan persamaan berikut dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$:

- a. Batas bawah untuk θ atau θ_L

$$R(\theta_L) = \int_0^{\theta_L} p(\theta | \underline{x}) d\theta = \frac{\alpha}{2} \quad (7)$$

- b. Batas atas untuk θ atau θ_U

$$R(\theta_U) = \int_0^{\theta_U} p(\theta | \underline{x}) d\theta = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (8)$$

7. Menentukan estimasi interval kredibel untuk parameter σ^2 berdasarkan persamaan berikut dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$:

- a. Batas bawah untuk σ^2 atau σ^2_L

$$R(\sigma^2_L) = \int_0^{\sigma^2_L} p(\sigma^2 | \underline{x}) d\sigma^2 = \frac{\alpha}{2} \quad (9)$$

- b. Batas atas untuk σ^2 atau σ^2_U

$$R(\sigma^2_U) = \int_0^{\sigma^2_U} p(\sigma^2 | \underline{x}) d\sigma^2 = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (10)$$

8. Menerapkan hasil estimasi distribusi normal terpotong kiri pada data dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Membuat program untuk menentukan estimasi distribusi normal terpotong kiri yaitu pada persamaan (4) sampai dengan (10) menggunakan *software Mathematica*.
 b. Menguji kenormalan data waktu sembuh pasien Covid-19 menggunakan *software SPSS*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Diasumsikan X merupakan variabel *random* berdistribusi normal $X \sim N(\theta, \sigma^2)$. Bentuk PDF dari variabel *random* X adalah sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^2}$$

atau

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \phi(y) \quad (11)$$

dengan $\phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sigma}\right)^2}$.

Selanjutnya, berikut merupakan bentuk *Cumulative Density Function* (CDF) variabel *random* X:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^2} dx$$

misalkan $z = \frac{x-\theta}{\sigma}$, maka:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\frac{x-\theta}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Bentuk CDF atau $F(x)$ dari distribusi normal adalah sebagai berikut:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\frac{x-\theta}{\sigma}} \phi(z) dz$$

atau

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right) \quad (12)$$

Tahap pertama untuk menentukan PDF distribusi normal terpotong kiri dengan terlebih dahulu menentukan bentuk $Prob(X > a)$ berdasarkan persamaan (12) adalah:

$$Prob(X > a) = 1 - \Phi\left(\frac{a-\theta}{\sigma}\right) \quad (13)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (13), bentuk PDF distribusi normal terpotong kiri dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(x|X > a; \theta, \sigma^2) = \frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^2}}{1 - \Phi\left(\frac{a-\theta}{\sigma}\right)} \quad (14)$$

Dengan demikian bentuk fungsi *likelihood* sesuai persamaan (2) dan (14) adalah:

$$L(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) = \frac{\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2}}{\left(1 - \Phi\left(\frac{a-\theta}{\sigma}\right)\right)^n} \quad (15)$$

Diasumsikan bahwa distribusi *prior* yang digunakan adalah *prior Jeffrey's* dari distribusi normal dengan θ dan σ^2 bersifat independent. Distribusi *prior* dari θ dan σ^2 masing-masing adalah $p(\theta) \propto c(\text{konstan})$ dan $p(\sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2}$ (Subanar, 2019). Sesuai dengan persamaan (3), bentuk distribusi *prior Jeffrey's* dari distribusi normal adalah:

$$p(\theta, \sigma^2) \propto p(\theta) p(\sigma^2) \propto 1 \times \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) \propto \frac{1}{\sigma^2} \quad (16)$$

Distribusi *posterior* berdasarkan persamaan (4) adalah pembagian antara fungsi *likelihood* (15) dengan distribusi *prior* (16), berikut merupakan bentuk distribusi *posterior* untuk distribusi normal terpotong kiri:

$$\begin{aligned} g(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) &= \frac{\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2}}{\left(1 - \Phi\left(\frac{a-\theta}{\sigma}\right)\right)^n} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) \\ &= \frac{\int_{\sigma^2=0}^{\infty} \int_{\theta=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\theta d\sigma^2}{\int_{\sigma^2=0}^{\infty} \int_{\theta=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\theta d\sigma^2} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2}}{\left(1 - \Phi\left(\frac{a-\theta}{\sigma}\right)\right)^n} \end{aligned}$$

Misalkan $w =$

$$\int_{\sigma^2=0}^{\infty} \int_{\theta=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\theta d\sigma^2,$$

maka distribusi *posterior* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$g(\theta, \sigma^2 | \underline{x}) = \frac{1}{w} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) \quad (17)$$

Interval kepercayaan untuk parameter θ dengan metode estimasi *Bayesian* ditentukan dengan terlebih dahulu menentukan distribusi marginal dari parameter θ . Berdasarkan persamaan (5), bentuk $p(\theta | \underline{x})$ adalah:

$$p(\theta | \underline{x}) = \frac{1}{w} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\sigma^2 \quad (18)$$

Dengan demikian berdasarkan persamaan (7), dapat ditentukan nilai θ_L yaitu:

$$\int_{-\infty}^{\theta_L} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\sigma^2 d\theta = 0.025 \quad (19)$$

Sedangkan berdasarkan persamaan (8), dapat ditentukan nilai θ_U yaitu:

$$\int_{-\infty}^{\theta_U} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\sigma^2 d\theta = 0.975 \quad (20)$$

Interval kepercayaan untuk parameter σ^2 dengan metode estimasi *Bayesian* ditentukan dengan terlebih dahulu menentukan distribusi marginal dari parameter σ^2 . Berdasarkan persamaan (6), bentuk $p(\sigma^2 | \underline{x})$ adalah:

$$p(\sigma^2 | \underline{x}) = \frac{1}{w} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\theta \quad (21)$$

Dengan demikian berdasarkan persamaan (9), dapat ditentukan nilai dari σ^2_L yaitu:

$$\int_0^{\sigma^2_L} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\theta d\sigma^2 = 0.025 \quad (22)$$

Sedangkan berdasarkan persamaan (10), dapat ditentukan nilai dari σ^2_U yaitu:

$$\int_0^{\sigma^2_U} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum(X_i-\theta)^2} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) d\theta d\sigma^2 = 0.975 \quad (23)$$

Persamaan (19), (20), (22), dan (23) masing-masing adalah estimasi interval kredibel dari parameter θ dan σ^2 . Bentuk estimasi yang didapatkan merupakan bentuk yang implisit, maka akan dihitung dengan pendekatan numerik menggunakan *software Mathematica*.

Selanjutnya, hasil estimasi interval akan diterapkan pada data waktu sembuh pasien Covid-19 yang berasal dari Puskesmas Jemursari Surabaya dalam rentang bulan Desember 2020 sampai Februari 2021. Data yang digunakan setelah dilakukan pemotongan kiri adalah sejumlah 37 data dari total keseluruhan 45 data. Pemotongan dilakukan pada titik $a = 10$, merujuk pada peraturan WHO bahwa setiap pasien Covid-19 wajib melakukan 10 hari masa isolasi awal.

Digunakan uji *Saphiro Wilk* untuk memastikan apakah data waktu sembuh pasien Covid-19 berdistribusi normal. Berikut merupakan hasil uji

Shapiro Wilk dengan tingkat signifikansi 5% pada *software SPSS*.

Tabel 1. Output uji *Shapiro Wilk*

	df	<i>P-value</i>
Data lengkap	45	0.756
Data terpotong kiri	37	0.087

Berdasarkan Tabel 1. diperoleh nilai *P-value* dari data lengkap dan data terpotong kiri waktu sembuh pasien Covid-19 lebih besar dari tingkat signifikan 0,05 sehingga dapat disimpulkan bahwa data berdistribusi normal. Selanjutnya, dengan menggunakan *software Mathematica* didapatkan interval kredibel dari parameter θ atau rata-rata waktu sembuh pasien Covid-19 terpotong kiri antara 10.583 hari sampai dengan 11.087 hari. Sedangkan, interval kredibel dari parameter σ^2 atau variansi waktu sembuh pasien Covid-19 terpotong kiri antara 1.706 hari sampai dengan 1.772 hari.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pembahasan didapatkan estimasi interval kredibel dari distribusi normal terpotong kiri yang berbentuk implisit, sehingga diselesaikan dengan pendekatan numerik. Hasil estimasi interval kredibel distribusi normal terpotong kiri diterapkan pada data waktu sembuh pasien Covid-19 dengan total data yang digunakan yaitu 37 data. Dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$, rata-rata waktu sembuh pasien Covid-19 antara 10.583 hari sampai dengan 11.087 hari. Sedangkan, variansi waktu sembuh pasien Covid-19 antara 1.706 hari sampai dengan 1.772 hari. Estimasi interval kredibel yang diperoleh memiliki rentang yang pendek, sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil estimasi interval yang didapatkan sudah cukup baik.

Penelitian ini hanya terbatas pada pembahasan estimasi interval kredibel dengan menggunakan *prior Jeffrey's*, sehingga saran untuk penelitian selanjutnya adalah dapat dilakukan pengembangan dengan menentukan estimasi titik, reliabilitas atau dengan menggunakan jenis distribusi prior lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustino, L. (2020). Analisis Kebijakan Penanganan Wabah Covid-19: Pengalaman Indonesia. *Jurnal Borneo Administrator*, 16(2), 253-270.
- Cha, J. (2015). *Re-Estabilishing the Theoretical Foundations of a Truncated Normal Distribution: Standardization Statistical Inference, and Convolution*. Clomson University.
- Fernandes, A. A. R., Solimun. (2016). *Pemodelan Statistika pada Analisis Reliabilitas dan Survival*. Universitas Brawijaya Press.
- Hazhiah, I. T., Sugito, Rahmawati, R. (2012). Estimasi Parameter Distribusi Weibull Dua Parameter Menggunakan Metode Bayes. *Jurnal Gaussian*, 1(1), 103-112.
- Mutiarani, V. S. (2012). Estimasi Parameter Dan Interval Kredibel Dengan Model Regresi Linier Berganda Bayesian. *Seminar Nasional Pendidikan Matematika Ahmad Dahlan*. Yogyakarta.
- Prahatama, A. S. (2012). Inferensi Statistik dari Distribusi Normal dengan Metode Bayes untuk Non-Informatif Prior. *Media Statistika*, 5(2), 95-104.
- Subanar. (2019). *Inferensi Bayesian Dengan R*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Walpole, R. E. (2017). *Probability & Statistics for Engineers & Scientist*. United States: Ninth Edition, Pearson Education.