PENENTUAN JALUR TERPENDEK MENGGUNAKAN ALJABAR MIN-PLUS.
Studi Kasus : Distribusi Kentang Jalur Pangalengan, Bandung - Jakarta

Rani Kurnia Putri
Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan
Ilmu Pendidikan, Universitas PGRI Adi Buana Surabaya
email : ranikurniaputri89@gmail.com

Abstrak

Penggunaan Sistem Event Diskrit (SED) dalam memodelkan, menganalisa dan mengontrol sistem-sistem yang kompleks menjadi salah satu fokus dalam dunia akademik. Gambaran karakteristik SED adalah 'kedinamikaanya' yaitu 'event driven' dimana hal tersebut bertolak belakang dengan 'time driven'. Suatu event berkaitan dengan awal atau akhir dari suatu aktifitas. Event terjadi dengan waktu diskrit, dan interval diantara event tidak harus identik (bisa deterministic atau stokastik). Aljabar Max-plus dapat menentukan dan menganalisis berbagai sifat sistem, tetapi pendekatan hanya bisa diterapkan pada sebagian klas SED, yaitu pada klas SED yang dapat diuraikan dengan model waktu invariant max-linier. Selain aljabar max-plus, dalam John and George juga disinggung beberapa varian aljabar yang serupa dengan aljabar max-plus, yaitu aljabar min-plus (dengan operasi minimum dan penjumlahan) dan aljabar max-min (dengan operasi maksimum dan minimum).

Artikel ini akan membahas tentang penentuan jalur terpendek menggunakan aljabar min-plus dengan studi kasus pada jalur distribusi kentang di pangalengan, Bandung menuju pasar Kramat jati Jakarta. Hal ini penting untuk dilakukan karena Kentang memiliki waktu kerusakan yang relatif singkat, dan kentang memiliki sifat, bila satu kentang membususk, maka kentang yang membusuk tersebut akan 'menulari' kentang yang lain, sehingga dalam waktu cepat kentang tersebut akan membusuk semuanya. Sehingga semakin cepat pendistribusian kentang sampai ke tangan konsumen akan semakin baik.

Kata kunci: *Aljabar Min-Plus, Jalur Terpendek, Distribusi Kentang*

1. Pendahuluan

Penggunaan Sistem Event Diskrit (SED) dalam memodelkan, menganalisa dan mengontrol sistem-sistem yang kompleks menjadi salah satu fokus dalam dunia akademik. Gambaran karakteristik SED adalah 'kedinamikaanya' yaitu 'event driven' dimana hal tersebut bertolak belakang dengan 'time driven'. Suatu event berkaitan dengan awal atau akhir dari suatu aktifitas. Event terjadi dengan waktu diskrit, dan interval diantara event tidak harus identik (bisa deterministic atau stokastik). Umumnya kedinamikaan dari SED dikarakteristikkan oleh 'kesinkronan' dan 'kongruensi'. Sinkronisasi memerlukan ketersediaan dari beberapa resources pada saat yang bersamaan.. Kongruensi ada pada saat seorang pengguna harus memilih beberapa resource.

Aljabar Max-plus dapat menentukan dan menganalisis berbagai sifat sistem, tetapi pendekatan hanya bisa diterapkan pada sebagian klas SED, yaitu pada klas SED yang dapat diuraikan dengan model waktu invariant max-linier (Subiono, 2015). Selain aljabar max-plus, dalam John and George (2010) juga disinggung beberapa varian aljabar yang serupa dengan aljabar max-plus, yaitu aljabar min-plus (dengan operasi minimum dan penjumlahan) dan aljabar max-min (dengan operasi maksimum dan minimum).Dalam beberapa referensi yang disebutkan diatas, telah diberikan gambaran singkat masalah-masalah yang dapat diselesaikan menggunakan aljabar max-plus yaitu masalah-masalah dalam teori graf. Seperti halnya dalam aljabar max-plus, dengan pendekatan aljabar min-plus diharapkan masalah-masalah yang terkait dapat diselesaikan.

Artikel ini akan membahas tentang penentuan jalur terpendek menggunakan aljabar min-plus dengan studi kasus pada jalur distribusi kentang di pangalengan, Bandung menuju pasar Kramat jati Jakarta. Hal ini penting untuk dilakukan karena Kentang memiliki waktu kerusakan yang relatif singkat, dan kentang memiliki sifat, bila satu kentang membususk, maka kentang yang membusuk tersebut akan ‘menulari’ kentang yang lain, sehingga dalam waktu cepat kentang tersebut akan membusuk semuanya.Sehingga semakin cepat pendistribusian kentang sampai ke tangan konsumen akan semakin baik.

2. Kajian Pustaka

2.1 Aljabar Max-Plus (Subiono, 2015)

Sebelum membahas mengenai aljabar min-plus, terlebih dahulu diberikan definisi struktur aljabar max-plus.

Definisi 2.1.1. Definisi aljabar max-plus

Diberikan $\mathbb{R}_\varepsilon \overset{\text{def}}{=} \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ dengan $\mathbb{R}$ adalah himpunan semua bilangan real dan $\varepsilon \overset{\text{def}}{=} -\infty$. Pada $\mathbb{R}_\varepsilon$ didefinisikan operasi berikut: ∀x, y $\in\mathbb{R}_\varepsilon$,

$x \oplus y \overset{\text{def}}{=} \max\{x, y\}$ dan $x \otimes y \overset{\text{def}}{=} x + y$.

untuk selanjutnya operasi $\oplus$ dibaca *o-plus* dan operasi $\otimes$ dibaca *o-times* dan juga penulisan $(\mathbb{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ ditulis sebagai $\mathbb{R}_{max}$. Selain definisi diatas, dalam aljabar max-plus.

Definisi 2.1.2. Definisi pangkat

Untuk setiap x $\in\mathbb{R}_{max}$ dan untuk semua $\alpha\in\mathbb{R}$, maka

$$x^{\otimes\alpha} = \alpha \times x, \text{ untuk } \alpha\in\mathbb{R}$$

2.2. Aljabar Min-Plus (Subiono, 2015)

Aljabar min-plus merupakan dual dari aljabar max plus, diberikan definisi aljabar min-plus.

Definisi 2.2.1. Definisi aljabar min-plus

Dual dari plus adalah minus, sehingga Aljabar min-plus didefinisikan sebagai $\mathbb{R}_{min} = (\mathbb{R}_{\varepsilon'}, \oplus', \otimes)$ dimana $\mathbb{R}_{\varepsilon'} = \mathbb{R} \cup \{\varepsilon'\}$ dengan $\varepsilon' = +\infty$ dan $x \oplus' y = \min\{x, y\}$ untuk semua $x, y \in \mathbb{R}_{\varepsilon'}$. Struktur aljabar min-plus $\mathbb{R}_{min} = (\mathbb{R}_{\varepsilon'}, \oplus', \otimes)$ isomorfik dengan struktur aljabar max-plus $\mathbb{R}_{max} = (\mathbb{R}_\varepsilon, \oplus', \otimes)$.

Misalkan pemetaan

$$f: \mathbb{R}_{max} \to \mathbb{R}_{min}$$

Dengan $f(x) = -x$ untuk setiap $x \in \mathbb{R}_{max}$. Didapat untuk setiap $x, y \in \mathbb{R}_{max}$

$$f(x \oplus y) = -(x \oplus y) = -ma\{x, y\}$$
$$= \min\{-x, -y\}$$
$$= f(x) \oplus' f(y)$$

Dan

$f(x \oplus y) = -(x \oplus y) = (-x) + (-y) = f(x) \oplus f(y)$.

Jelas bahwa pemetaan f adalah bijektif.

2.3. Vektor dan Matriks dalam Aljabar Max-Plus

Himpunan matriks n× m dalam aljabar max-plus dinyatakan dalam $\mathbb{R}_{max}^{n\times m}$. Didefinisikan n = {1,2,3, . . . , n}, untuk n ∈ℕ. Elemen dari matriks $\mathbb{R}_{max}^{n\times m}$ pada baris ke-i kolom ke-j dinyatakan dengan a_{ij} untuk i∈ n dan j∈ m. Dalam hal ini matriks A dapat dituliskan sebagai

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{4,1} & a_{4,2} & \cdots & a_{n,m} \end{bmatrix}$$

ada kalanya elemen a_{ij} juga dinotasikan sebagai

$$[A]_{i,j}, i \in n, j \in m$$

Untuk matriks A, B $\in \mathbb{R}_{max}^{n\times m}$penjumlahan matriks A⨁B didefinisikan sebagai

$$[A + B]_{i,j} = a_{i,j} \oplus b_{i,j}$$

Untuk $i \in n$ *dan* $j \in m$. Catatan bahwa, untuk A, B ∈ $\mathbb{R}_{max}^{n\times m}$ berlaku bahwa A⨁B = B⨁A, sebab $[A\oplus B]_{ij}$ = max $\{a_{i,j}, b_{i,j}\}$ = max $\{b_{i,j}, a_{i,j}\}$ = $[B\oplus A]_{ij}$, untuk i ∈ n dan j ∈ m.

Untuk A $\in \mathbb{R}_{max}^{n\times m}$ dan skalar $\alpha \in \mathbb{R}_{max}$ perkalian dengan skalar didefinisikan sebagai berikut

$[\alpha \otimes A]_{i,j} = \alpha \otimes a_{i,j}$, untuk $i \in n$ dan $j \in m$.

Dan untuk matriks A∈ $\mathbb{R}_{max}^{n\times p}$ dan B ∈ $\mathbb{R}_{max}^{p\times m}$ perkaliaan A⨂ B didefinisikan sebagai berikut:

$$[\alpha \otimes B]_{i,j} = {}_{k=1}^{p}\oplus a_{i,k} \otimes b_{k,j}$$

2.4. Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Pengertian nilai eigen (*eigenvalue*) dan vektor eigen (*eigenvector*) yang bersesuaian dari suatu matriks persegi A berukuran *n x n* sebagaimana dijumpai dalam aljabar linier biasa, juga dijumpai dalam aljabar max-plus, yaitu bila diberikan suatu persamaan

$$A \otimes x = \lambda \otimes x$$

Dalam hal ini masing – masing vektor x ∈ $\mathbb{R}_{max}^{n}$dan $\lambda \in \mathbb{R}$, dinamakan vektor eigen dan nilai eigen dari matriks A dengan vektor x ≠ $(\varepsilon, \cdots, \varepsilon)^T$.

2.5. Matriks dan Graf (Subiono, 2015)

Misalkan diberikan matriks $A \in \mathbb{R}_{max}^{nxn}$ suatu graf berarah dari matriks Aadalah $\mathcal{G}(A) = (E, V)$. Graf $\mathcal{G}(A)$ mempunyai n titik, dan himpunan semua titik dari $\mathcal{G}(A)$ dinyatakan oleh V. Suatu garis dari titik j ke titik i ada bila $a_{ij} \neq \varepsilon$, garis ini dinotasikan oleh (j, i) dengan demikian $(j, i) \in \mathcal{D}$. Bobot dari garis (j, i) adalah nilai dari $a_{i,j}$ yang dinotasikan oleh $w(j, i) = a_{i,j} \in \mathbb{R}_{max}$. Bila $a_{ij} = \varepsilon$, maka garis (j, i) tidak ada.

Suatu barisan garis (i_1, i_2), $(i_2, i_3), \ldots, (i_{l-1}, i_l)$ dari suatu graf dinamakan suatu *path*. Suatu *path* dikatakan elementer bila tidak ada titik terjadi dua kali dalam *path* tersebut. Suatu sirkuit adalah path elementer tertutup, yaitu (i_1, i_2),

$(i_2, i_3), \ldots, (i_{l-1}, i_l)$. Bobot dari suatu *pathp* $= (i_1, i_2)$, $(i_2, i_3), \ldots, (i_{l-1}, i_l)$ dinotasikan $|p|_w$ dan diberikan oleh $|p|_w = w(i_1, i_2) + w(i_2, i_3) + \cdots + w(i_{l-1}, i_l) = (a_{i2,i2} + a_{i3,i2} + \cdots + a_{i,i_{l-1}})$, sedangkan panjang dari *pathp* atau banyaknya garis dalam path p dinotasikan oleh $|p|_l$. Himpunan semua path dari titik i ke titik j dengan panjang k dinotasikan oleh $P(j, i; k)$. Bobot rata-rata dari *pathp* adalah bobot dari p dibagi oleh banyaknya garis dalam *pathp*, yaitu:

$$\frac{|p|_w}{|p|_l} = \frac{(a_{i2,i2} + a_{i3,i2} + \cdots + a_{i,i_{l-1}})}{(l-1)}$$

Teori 2.5.1 Misalkan matriks A berukuran nxn. Graf $\mathcal{G}(A)$ tidak memuat sirkuit bila dan hanya bila $A^{\oplus k} = \varepsilon(n, n), \quad \forall k \geq n$.

3. Metode Penelitian

3.1 Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di Desa Pulosari Kecamatan pangalengan Kabupaten Bandung Provinsi Jawa Barat.

3.2 Tahapan Penelitian

Adapun tahapan-tahapan penelitiannya sebagai berikut:

a. Studi literatur dan pengumpulan ata
b. Mengkaji dan menganalisis model matematika Aljabar Min-Plus
c. Merumuskan Penyelesaian Numerik.
d. Analisa hasil dan pembahasan
   Pada tahapan ini hasil yang telah diperoleh dianalisis untuk kemudian diambil kesimpulan
e. Simpulan

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Jalur Pangalengan– Pasar Induk Kramat Jati Jakarta

Jalur tempuh untuk mendistribusikan kentangdaripangalengan, kabupaten bandungmenuju PasarKramatjatiJakartaPusat dapat melalui beberapadaerahyangberbeda. rute-ruteperjalanannyadapat dilihat dalam tabel-tabel dibawah ini.

Tabel 1. Tabel Jalur Tempuh Melalui Jalan Tol Cipularang dan Jalur Pantura

Melalui JalanTol Cipularang danJalurPantura/ JalanTolJakarta-Cikampek		
No	**Jaluryang dilalui**	**JarakTempuh**
1	Jalan rayapangalengan, jalangandasari, jalan soreangkopo, jalanrayakopo sayati	37,3 km (1 jam19 menit))
2	Jalan tol cipularangdan jalurpantura, jalan tolJakarta-cikampek, jalan T.B. Simatupang, Cijantung/Kramat Jati/Cililitan	141 km (1 jam56 menit)
3	Jalan rayabogor, jalan pedati, jalan H. Taiman Ujung	2,5 km (8menit)
4	DESTINASI	

Tabel 2. Tabel Jalur Tempuh melalui Jalan Raya Cianjur - Ciawi

Melalui JalanRaya Ciawi-Cianjur		
No	**Jaluryang dilalui**	**JarakTempuh**
1	Jalan rayapangalengan, jalangandasari, jalan rayasoreangkopo, Jalan rayakopo sayati	37,3 km (1 jam19 menit)
2	Jalan tol padaleunyi dan jalan nasionalIII kejalanIr.H. Djuanda/ JalanLabuan-Cianjur/Jalan RayaCiawi– Cianjur/ Jalan RayaPuncak– Cianjur	60,9 km (1 jam34 menit)
3	Bogor	48,7 km (1 jam47 menit)
4	Jalan tol jagorawi, jalanpondok gede (Jakartatimur)	41,6 km (33menit)
5	Jalan pondok gede, Jalanrayabogor, jalan merpatidan jalan kramat utaradari jalan H.Taiman Ujung	2,2 km (8menit)
6	DESTINASI	

Tabel 3. Tabel Jalur Tempuh Melalui Jalan Nasional III

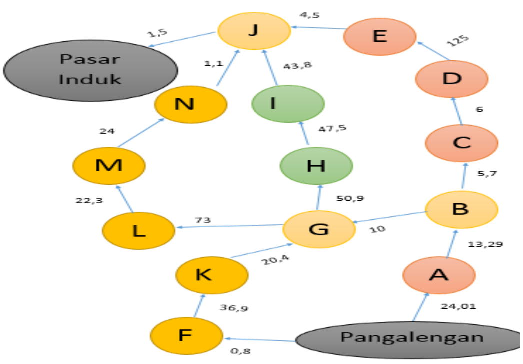
Melalui JalanNasionalIII		
No	**Jaluryang dilalui**	**JarakTempuh**
1	Jalan rayapangalengan, jalan situ cileunca, jalanrayapangalengan, Tangu, Kebon kelapa, jalan pahlawan, dangdeur, jalan rayakamasan banjaran, jalan gandasari/kebun kelapa, jalan raya soreangkopo/jalan terusan kopo, jalan rayakopo sayati, jalan rayakopo, jalan keluartolpasir koja, jalan tolpadaleunyi, padalarang/cianjur/sukabumi, jalan nasionalIII, Jalan Parahyangan, Jalan nasionalIII, jalan rayacibogo, jalan mekargalih, jalanrayacariu, jalan raya jonggolcariu,	180 km (5 jam 23 menit)
2	Jalan rayainpres, jalan merpati, jalan kramat utara, jalan H.Taiman ujung	1,1 km(4menit)

3	DESTINASI

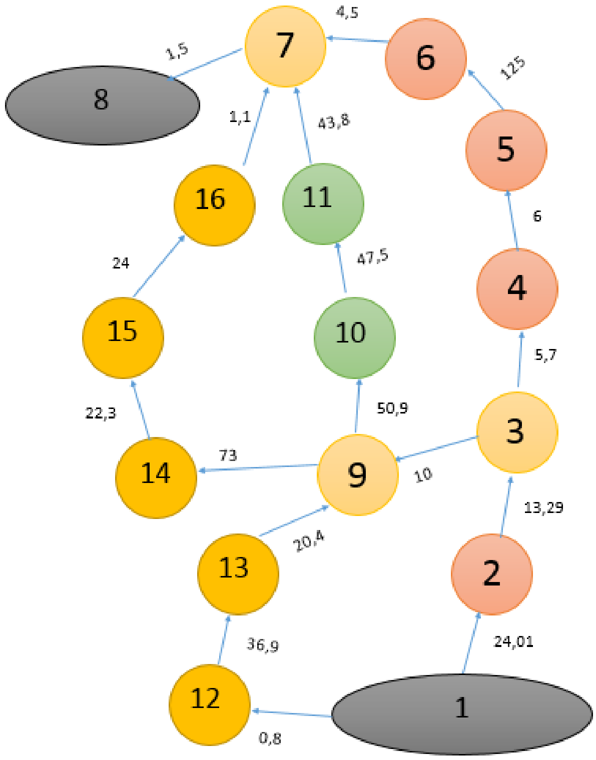
4.2 Penentun Lintasan Terpendek Menggunakan Aljabar Min-Plus

Masalahpenentuanjalurterpendekrute Pangalenganbandung menuju Pasar Induk Kramat jati, bersifat sekali jalan (*one-way*). Perjalanan Pangalengan-Jakarta dapatditempuhmelaluitigapilihanrute,yaitu melalui Melalui JalanTolCipularang,melalui JalanRaya Ciawi–Cianjur,danyang terakhir melaluiJalan NasionalIII.Setiapjaluryangdipilih,memiliki iwaktu tempuhyangberbeda-beda.

Ruteyang ditempuhakan dimodelkan kedalambentukjaringan proyek sehinggamemudahkanperhitungan pencarianjalurterpendekmenggunakan aljabar min-plus.Dalamjaringanproyekini,titikmenyatak anpersimpangan jalan, busur menyatakansuatu jalan, sedangkan bobotbusur menyatakanwaktu tempuh, sehinggabobotbusur akan selalu bernilai positif.



Untuk memudahkan perhitungan menggunakan aljabar min-plus, jaringan proyek diatas dapat diubah menjadi:



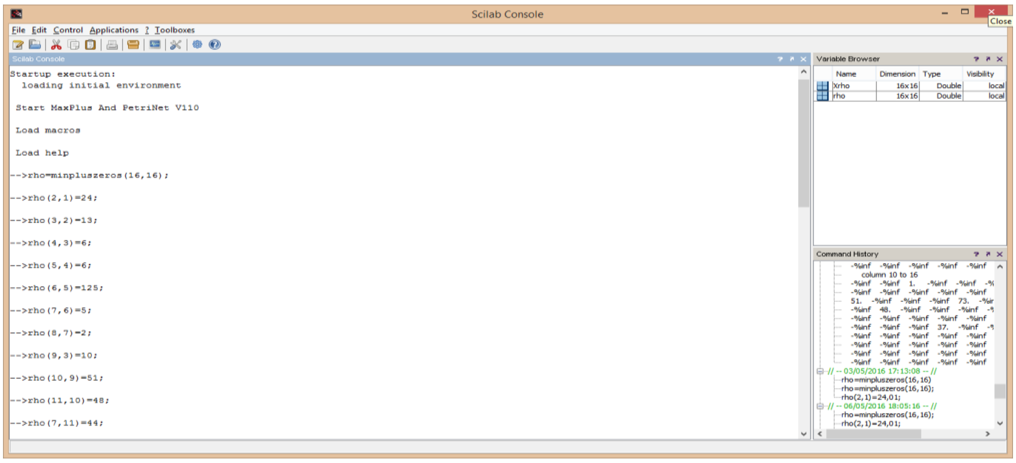
Jaringan proyek berbentuk graf dapat diubah menjadi bentuk matriks sebagai berikut:

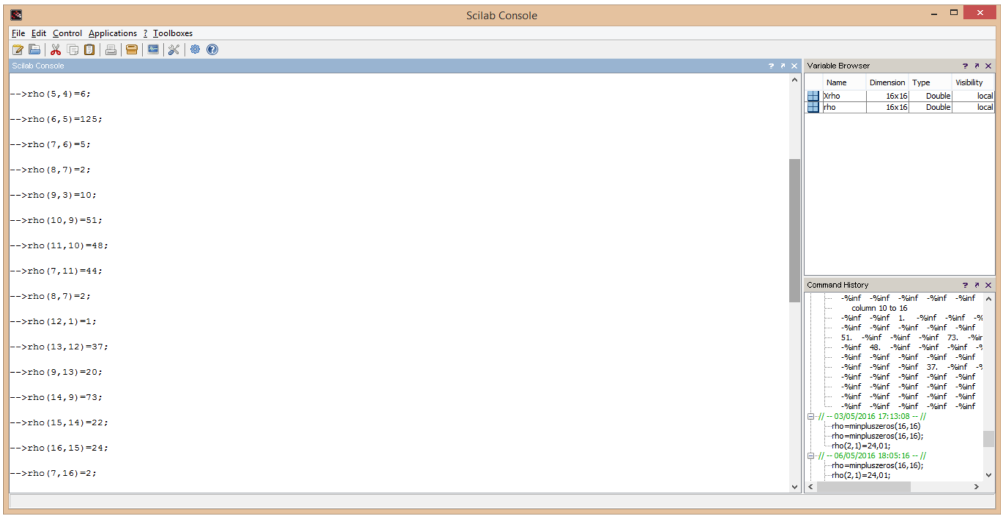
$$A = \begin{bmatrix}
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
24{,}01 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & 13{,}29 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & 5{,}7 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 6 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 125 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 4{,}5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 43{,}8 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1{,}1 \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1{,}5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 20{,}4 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 50{,}9 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 47{,}5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
0{,}8 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 36{,}9 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 73 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 22{,}3 & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 24 & \varepsilon
\end{bmatrix}$$

Arti dari matriks tersebut adalah untuk matriks A pada baris 1 kolom 1 bernilai ε atau $+\infty$. Dengan kata lain tidak ada rute perjalanan pada graf tersebut. Rute tersebut dapat dinyatakan sebagai $A(1,1) = \varepsilon$, begitu pula seterusnya untuk baris dan kolom yang lain.

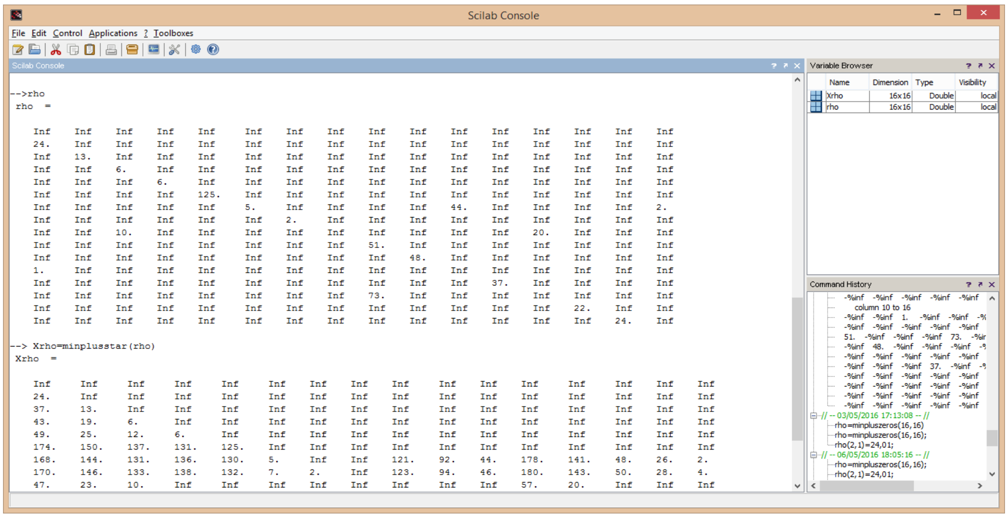
Untuk mendapatkan jalur optimal menggunakan Aljabar Min-Plus diperlukan perhitungan matriks A^*. Matriks A^* diperoleh dari dari $A^* = A^{\otimes(k-1)} = A \oplus' A^2 \oplus' A^3 \oplus' \dots \oplus' A^{16}$.

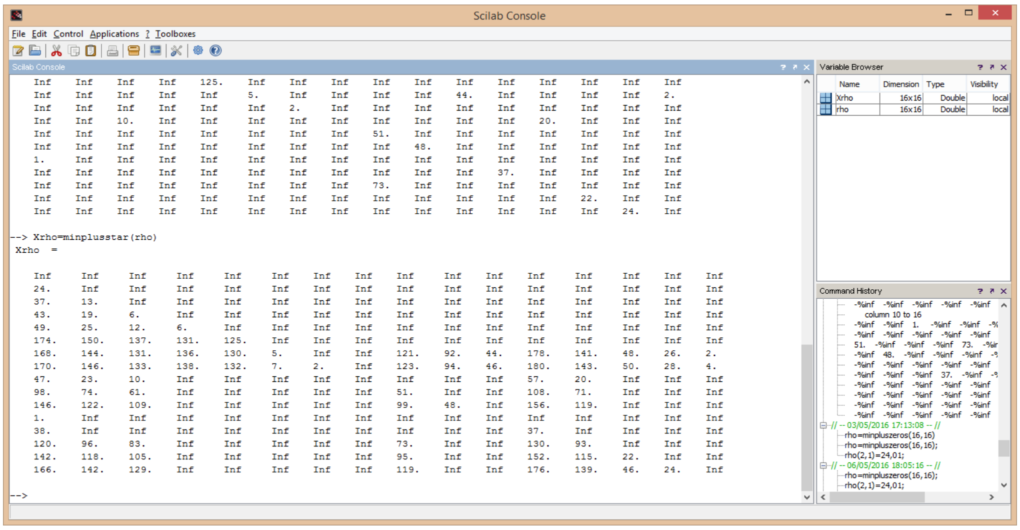
Penyelesaian perhitungan matriks berukuran 16 kali 16 tersebut akan sukar dilakukan dengan perhitungan manual, sehingga akan dilakukan secara numerik menggunakan software scilab.





n





Hasil perhitungan menggunakan software Scilab yang disinkronisasi dengan toolbox MAXPLUSV16072014, diperoleh nilai-nilai yang optimal pada Matriks A^*, dimana hal tersebut dapat disimpulkan bahwa distribusi kentang dari Pangalengan-Bandung menuju pasar Kramat Jati-Jakarta ditempuh dengan jarak yang minimum yaitu 166km. Dalam hal ini ditunjukkan pada matriks $A^*(16{,}1)$. Artinya rute awal berada di state 1 dan berakhir di state 16 dengan jalur yang di lalui yaitu:

Jalan raya pangalengan, jalan gandasari, jalan soreang kopo, jalan raya kopo sayati, jalan raya kopo, jalan keluar tol pasir koja, jalan tol padaleunyi, padalarang/cianjur/sukabumi, jalan nasional III, Jalan Parahyangan, Jalan nasional III, jalan raya cibogo, jalan mekar galih, jalan rayacariu, jalan raya jonggolcariu, Jalan raya inpres, jalan merpati, jalan kramat utara, jalan H.Taiman ujung, DESTINASI

5.KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dalam penelitian ini adalah:

1. Model sistem jaringan didasarkan pada model graf berarah yang perhitungan jalur terpendeknya disesuaikan dengan perhitungan aljabar min-plus
2. Jalur terpendek yang diperoleh untuk jalur distribusi kentang menggunakan perhitungan aljabar min-plus adalah sepanjang 166 km, diawali di Jalan Raya Pangalengan dan berakhir di Jalan H.Taiman Ujung.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Adzkiya, Dieky, 2009, *Membangun Model Petri Net Lampu Lalu Lintas dan Simulasinya*, Tesis Magister Matematika, Istitut Sepuluh Nopember, Surabaya.

[2] Andersen, M.H., 2002, *Max-Plus Algebra: Properties And Applications*, Master of Science in Mathematic Thesis Department of Mathematics, Laramie, WY.

[3] John S. Baras and George Theodorakopoulos. 2010. *Path Problems in Networks*. Synthesis Lectures on Communication Networks. Morgan & Claypool Publishers.

[4] *Kentang Pangalengan dan Kertasari Bandung Jadi Komoditi Ekspor*, 2013, www.fokusjabar.com.

[5] Rudhito, Andy, 2013, *Sistem Persamaan Linear Min-Plus dan Penerapannya pada Masalah Lintasan Terpendek*, Prosiding, FMIPA UNY Yogyakarta

[6] Subiono, 2015, *Aljabar Max Min-plus dan Terapannya*, Buku Ajar Aljabar Max-plus, Institut Sepuluh Nopember, Surabaya.